

# Desarrollo de la Competencia Matemática

Juan José Tébar Vizcaíno

Máster en Profesorado de Educación Secundaria  
Especialidad Matemáticas  
Tutor: José Carmona Tapia



Universidad de Almería

# Índice

<b>1. Introducción</b>	<b>2</b>
<b>2. Objetivos y justificación teórica.</b>	<b>3</b>
<b>3. Contextualización de la investigación</b>	<b>3</b>
<b>4. Competencias Básicas</b>	<b>4</b>
<b>5. Desarrollo</b>	<b>6</b>
5.1. Ciencias de la Naturaleza . . . . .	10
5.1.1. Física y Química . . . . .	10
5.1.2. Biología y Geología . . . . .	16
5.2. Ciencias Sociales, Geografía e Historia . . . . .	18
5.3. Educación Física . . . . .	21
5.4. Educación Plástica y Visual . . . . .	22
5.5. Informática . . . . .	25
5.6. Latín . . . . .	27
5.7. Lengua Castellana y Literatura . . . . .	30
5.8. Lengua Extranjera . . . . .	33
5.9. Matemáticas. Opción A y B . . . . .	33
5.10. Música . . . . .	37
5.11. Tecnología . . . . .	39
<b>6. Conclusiones</b>	<b>41</b>

## 1. Introducción

La educación matemática ha sufrido numerosos cambios a lo largo del tiempo, y han sido muchos los debates sobre cuáles son los mejores temas a tratar para ser impartidos en las escuelas e institutos.

Con la llegada de la LOE, apareció un término nuevo en el currículo, se trataba de las competencias básicas. Las competencias abarcan o intentan abarcar todas las ramas del conocimiento. Con la adquisición de las competencias se pretende preparar a los jóvenes para que sepan abordar los continuos cambios que se llevan a cabo en nuestra sociedad y las exigencias de nuevos aprendizajes que son necesarios para la época en la que vivimos. Ha sido la Unión Europea la que ha establecido esta serie de competencias. Estas están hechas para alcanzar los objetivos establecidos entre los estados miembros.

Entre las distintas competencias que podemos encontrar, es destacable para nosotros la competencia matemática. Es en este punto donde se va a centrar este trabajo. Tomaremos como principal referencia para su estudio el REAL DECRETO 1631/2006, centrándonos en su descripción y en cómo se pretende desarrollar la misma en las diferentes materias. En el Real Decreto se establecen las enseñanzas mínimas que se deben llevar a cabo en la Educación Secundaria Obligatoria con el fin de asegurar una formación común a todo el alumnado del sistema educativo español. Es aquí, donde toman un papel muy importante las competencias, ya que los alumnos deberán adquirirlas al final de la etapa educativa si quieren seguir progresando.

Las competencias básicas deben trabajarse por igual en todas las áreas del conocimiento. Es por ello que se establecen puentes entre las diferentes materias. Cada profesor debe trabajar en su materia de cara a desarrollar esas competencias básicas. Esto supone un reto a cumplir para los docentes, ya que estos tienen que incluir en su currículo una contribución de las competencias a su materia. Esto provoca que los profesores de un mismo curso tengan que cooperar entre ellos para así llegar a conseguir el objetivo y poder desarrollar con éxito las diferentes competencias.

Este trabajo se centrará en el estudio de la competencia matemática y desarrollará su aplicación en cada una de las asignaturas, concretamente, en el curso seleccionado cuarto de ESO por su amplitud curricular, proponiendo diferentes ejemplos o posibles actividades a llevar a cabo para abordar la competencia. En algunas materias ha sido muy fácil encontrar actividades, ya que solo he tenido que coger ejercicios comunes de la materia. Sin embargo, en otras he tenido que crear algunas actividades que se puedan relacionar con las matemáticas de alguna manera para así poder desarrollar dicha competencia.

## 2. Objetivos y justificación teórica.

### **La matemática y sus relaciones con otros campos del conocimiento.**

La naturaleza de las matemáticas, así como su relación con otras materias plantean problemas, tanto de carácter filosófico como de orden práctico. Está claro que las matemáticas son de gran utilidad para poder comprender el mundo físico que nos rodea. Además, podemos encontrar matemáticas tanto en las ciencias físicas como en las ciencias sociales y humanas.

Desde la antigüedad las matemáticas han tenido diversas aplicaciones. Como es sabido, las matemáticas son imprescindibles para el avance de las tecnologías y el desarrollo de otras disciplinas. Con la llegada de la LOE y de las competencias básicas se creó la competencia matemática, todas las materias tienen que tenerla en cuenta e intentar trabajarla. Aunque son muchas las disciplinas en las que las matemáticas ya van implícitas y no le supone al profesor ningún problema el desarrollo de esta competencia. Las matemáticas han sido las herramientas utilizadas que han permitido el desarrollo y el avance en numerosos campos del conocimiento. Ejemplo de ello son: física, química, tecnología,... sin el uso de estas nada sería lo mismo.

Es por ello que tuve la idea de buscar la implicación de las matemáticas y de desarrollar distintas actividades en las que se haga uso de ellas en las diferentes materias que podemos encontrar en la Educación Secundaria Obligatoria. Más concretamente, haré un recorrido por todas las asignaturas de cuarto de la ESO y comprobando si el Real Decreto contiene aportaciones útiles al respecto. En el caso de no ser así, se intentará encontrar alguna aplicación para después a raíz de ella desarrollar o proponer algunas actividades donde se desarrolle la competencia.

En realidad lo que estamos haciendo es simular el trabajo que deberán hacer los profesores de las diferentes materias al principio de curso cuando se planteen el cómo desarrollar la competencia matemática, haciendo un estudio de las posibilidades que se pueden presentar. Las actividades desarrolladas o propuestas dependerán del profesor, en nuestro caso expondremos algunas que actuarán como meros ejemplos.

## 3. Contextualización de la investigación

La base legislativa de este trabajo y el documento que se ha seguido es el REAL DECRETO 1631/2006. Él será nuestro apoyo fundamental para desarrollar la competencia matemática y cómo se trata de desarrollar esta competencia en cada una de las diferentes materias de un curso de la educación secundaria obligatoria. Esta claro que la utilización de las matemáticas es imprescindible en la mayoría de asignaturas, por lo menos en lo que respecta a ciencias. El curso elegido para llevar a cabo este trabajo ha

sido 4º ESO, nivel en el que se va a tratar materia por materia y en el que se verá el tratamiento que hace el Real Decreto al respecto. En algunas materias, el Real Decreto no hace ninguna aportación a lo que equivale a la competencia matemática, pero se intentará dar con ellos. Además, en todas las materias se buscará un ejercicio adecuado a ese nivel educativo en el que tengan algo que ver las matemáticas, para así, desarrollar dicha competencia.

## 4. Competencias Básicas

Es en la quinta Ley Orgánica de Educación, la LOE, donde aparece por primera vez el término de competencias básicas. Estas competencias van a ser comunes en Europa y tienen como fin que el alumnado aprenda ciertos conocimientos. Veamos que nos dice el decreto respecto a esto.

Según el REAL DECRETO 1631/2006: “La incorporación de competencias básicas al currículo permite poner el acento en aquellos aprendizajes que se consideran imprescindibles, desde un planteamiento integrador y orientado a la aplicación de los saberes adquiridos. De ahí su carácter básico. Son aquellas competencias que debe haber desarrollado un joven o una joven al finalizar la enseñanza obligatoria para poder lograr su realización personal, ejercer la ciudadanía activa, incorporarse a la vida adulta de manera satisfactoria y ser capaz de desarrollar un aprendizaje permanente a lo largo de la vida.

La inclusión de las competencias básicas en el currículo tiene varias finalidades. En primer lugar, integrar los diferentes aprendizajes, tanto los formales, incorporados a las diferentes áreas o materias, como los informales y no formales. En segundo lugar, permitir a todos los estudiantes integrar sus aprendizajes, ponerlos en relación con distintos tipos de contenidos y utilizarlos de manera efectiva cuando les resulten necesarios en diferentes situaciones y contextos. Y, por último, orientar la enseñanza, al permitir identificar los contenidos y los criterios de evaluación que tienen carácter imprescindible y, en general, inspirar las distintas decisiones relativas al proceso de enseñanza y de aprendizaje.

Con las áreas y materias del currículo se pretende que todos los alumnos y las alumnas alcancen los objetivos educativos y, consecuentemente, también que adquieran las competencias básicas. Sin embargo, no existe una relación unívoca entre la enseñanza de determinadas áreas o materias y el desarrollo de ciertas competencias. Cada una de las áreas contribuye al desarrollo de diferentes competencias y, a su vez, cada una de las competencias básicas se alcanzará como consecuencia del trabajo en varias áreas o materias.

El trabajo en las áreas y materias del currículo para contribuir al desarrollo de las

competencias básicas debe complementarse con diversas medidas organizativas y funcionales, imprescindibles para su desarrollo. Así, la organización y el funcionamiento de los centros y las aulas, la participación del alumnado, las normas de régimen interno, el uso de determinadas metodologías y recursos didácticos, o la concepción, organización y funcionamiento de la biblioteca escolar, entre otros aspectos, pueden favorecer o dificultar el desarrollo de competencias asociadas a la comunicación, el análisis del entorno físico, la creación, la convivencia y la ciudadanía, o la alfabetización digital. Igualmente, la acción tutorial permanente puede contribuir de modo determinante a la adquisición de competencias relacionadas con la regulación de los aprendizajes, el desarrollo emocional o las habilidades sociales. Por último, la planificación de las actividades complementarias y extraescolares puede reforzar el desarrollo del conjunto de las competencias básicas.”

Se crean ocho competencias básicas, que son las siguientes:



Como podemos observar, una de las competencias básicas establecidas es la competencia matemática, cuya finalidad es que los alumnos aprendan matemáticas de forma espontánea, utilizando para ello una gran variedad de situaciones, provenientes de otros campos de conocimiento y de la vida cotidiana. Es en esto en lo que se va a centrar este trabajo.

Las competencias básicas deben trabajarse por igual en todas las áreas del conocimiento, ya que establecen puentes entre las diferentes materias. Cada profesor debe

trabajar en su materia de cara a cumplir esas competencias básicas. Aunque como es sabido, no hay una relación unívoca entre ciertas áreas y algunas competencias, siempre tendremos como meta desarrollar el número máximo de competencias que sea posible en las diferentes materias.

El objetivo de las competencias básicas es obtener al final de la etapa obligatoria personas que sean capaces de desenvolverse por sí solas en los diferentes ambientes que les puedan surgir a lo largo de su vida. Ya sea para incorporarse al mundo laboral o para seguir sus estudios.

En breve, se implantará la LOMCE, donde las competencias básicas sufrirán una leve modificación. Además, en lo que respecta a matemáticas con esta ley se incrementarán las horas de clase y en general se harán varias pruebas de nivel o reválidas para ver si los alumnos están capacitados para pasar al siguiente nivel y obtener así el título.

## 5. Desarrollo

El REAL DECRETO 1631/2006 afirma lo siguiente sobre la competencia matemática: “Consiste en la habilidad para utilizar y relacionar los números, sus operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto para producir e interpretar distintos tipos de información, como para ampliar el conocimiento sobre aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad, y para resolver problemas relacionados con la vida cotidiana y con el mundo laboral.

Forma parte de la competencia matemática la habilidad para interpretar y expresar con claridad y precisión informaciones, datos y argumentaciones, lo que aumenta la posibilidad real de seguir aprendiendo a lo largo de la vida, tanto en el ámbito escolar o académico como fuera de él, y favorece la participación efectiva en la vida social.

Asimismo, esta competencia implica el conocimiento y manejo de los elementos matemáticos básicos (distintos tipos de números, medidas, símbolos, elementos geométricos, etc) en situaciones reales o simuladas de la vida cotidiana, y la puesta en práctica de procesos de razonamiento que llevan a la solución de los problemas o a la obtención de información. Estos procesos permiten aplicar esa información a una mayor variedad de situaciones y contextos, seguir cadenas argumentales identificando las ideas fundamentales, y estimar y enjuiciar la lógica y validez de argumentaciones e informaciones. En consecuencia, la competencia matemática supone la habilidad para seguir determinados procesos de pensamiento (como la inducción y la deducción, entre otros) y aplicar algunos algoritmos de cálculo o elementos de la lógica, lo que conduce a identificar la validez de los razonamientos y a valorar el grado de certeza asociado a los resultados derivados de los razonamientos válidos.

La competencia matemática implica una disposición favorable y de progresiva seguridad y confianza hacia la información y las situaciones (problemas, incógnitas, etc.), que contienen elementos o soportes matemáticos, así como hacia su utilización cuando la situación lo aconseja, basadas en el respeto y el gusto por la certeza y en su búsqueda a través del razonamiento.

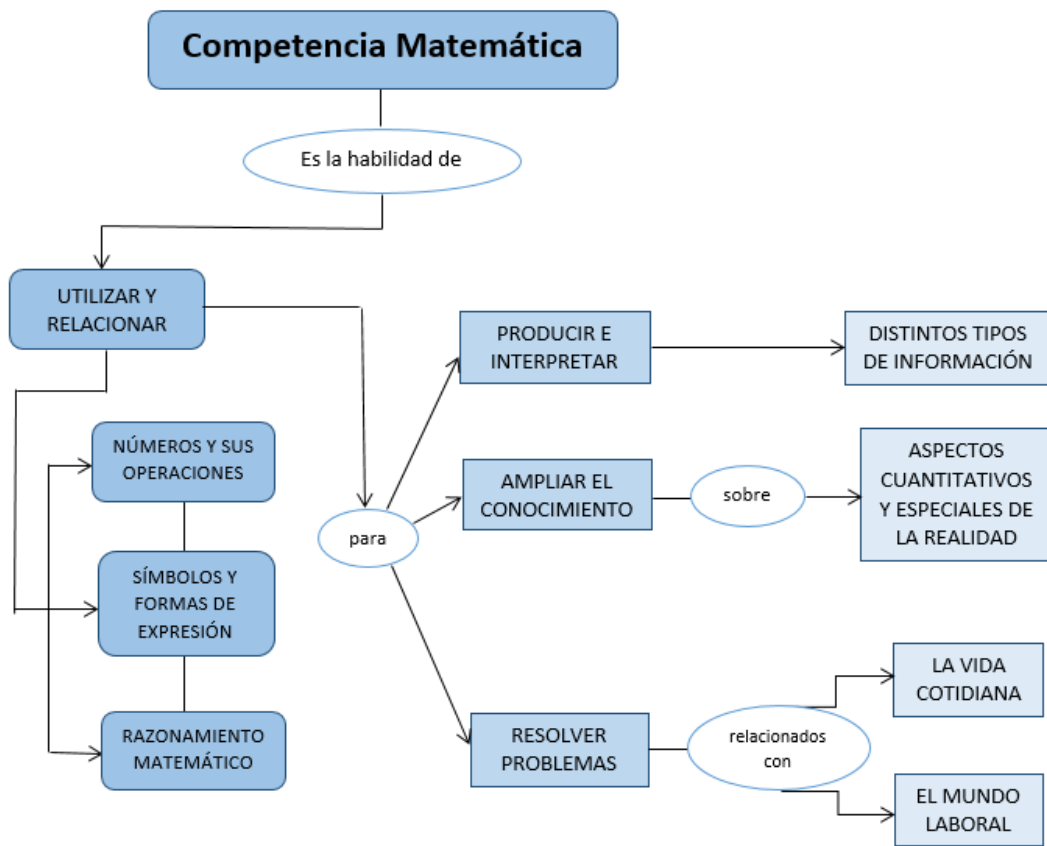
Esta competencia cobra realidad y sentido en la medida en que los elementos y razonamientos matemáticos son utilizados para enfrentarse a aquellas situaciones cotidianas que los precisan. Por tanto, la identificación de tales situaciones, la aplicación de estrategias de resolución de problemas, y la selección de las técnicas adecuadas para calcular, representar e interpretar la realidad a partir de la información disponible están incluidas en ella. En definitiva, la posibilidad real de utilizar la actividad matemática en contextos tan variados como sea posible. Por ello, su desarrollo en la educación obligatoria se alcanzará en la medida en que los conocimientos matemáticos se apliquen de manera espontánea a una amplia variedad de situaciones, provenientes de otros campos de conocimiento y de la vida cotidiana.

El desarrollo de la competencia matemática al final de la educación obligatoria, conlleva utilizar espontáneamente -en los ámbitos personal y social- los elementos y razonamientos matemáticos para interpretar y producir información, para resolver problemas provenientes de situaciones cotidianas y para tomar decisiones. En definitiva, supone aplicar aquellas destrezas y actitudes que permiten razonar matemáticamente, comprender una argumentación matemática y expresarse y comunicarse en el lenguaje matemático, utilizando las herramientas de apoyo adecuadas, e integrando el conocimiento matemático con otros tipos de conocimiento para dar una mejor respuesta a las situaciones de la vida de distinto nivel de complejidad.”

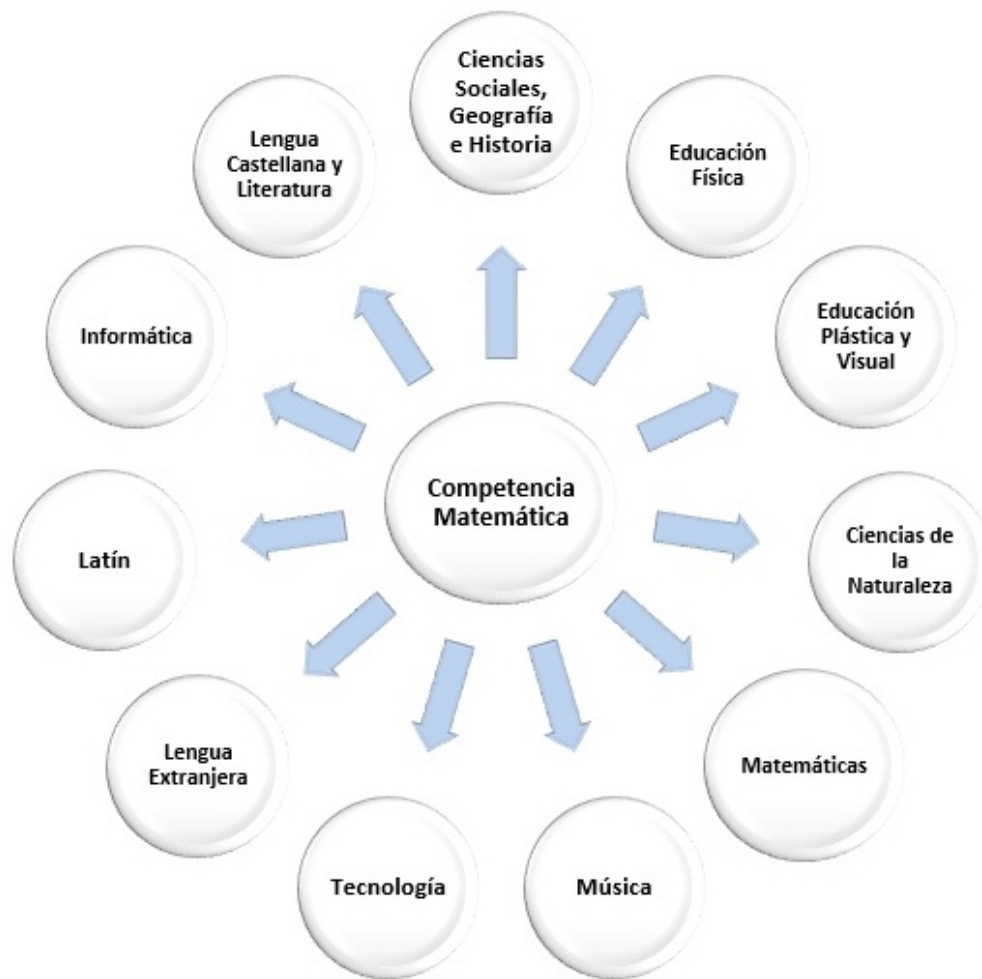
El objetivo de esto es que los ciudadanos/alumnos sean capaces de expresar, analizar y llevar a su vida cotidiana las enseñanzas matemáticas, es decir, que estén alfabetizados matemáticamente.

En el siguiente mapa conceptual se expone lo que nos dice el REAL DECRETO 1631/2006 sobre la competencia matemática.





A continuación, se analizará la competencia matemática en todas las materias que se imparten en 4º curso de la ESO para ver lo que se dice en el REAL DECRETO de ellas y para ver cómo se podría desarrollar la competencia mediante varias actividades propuestas, y a la vez resueltas como ejemplo.



Con esto se pretende que el alumnado pierda el miedo a las matemáticas y vean las diferentes contribuciones que puede aportar a las distintas materias. Es imprescindible que los discentes acaben la ESO con una buena base de matemáticas, ya sea para seguir avanzando en sus estudios o para su uso en la vida cotidiana, ya que las matemáticas forman parte de nuestro día a día.

## 5.1. Ciencias de la Naturaleza

El tratamiento de las materias dará comienzo con Ciencias Naturales, el REAL DECRETO 1631/2006 contempla sobre esta materia que: “La competencia matemática está íntimamente asociada a los aprendizajes de las Ciencias de la Naturaleza. La utilización del lenguaje matemático para cuantificar los fenómenos naturales, para analizar causas y consecuencias y para expresar datos e ideas sobre la naturaleza proporciona contextos numerosos y variados para poner en juego los contenidos asociados a esta competencia y, con ello, da sentido a esos aprendizajes. Pero se contribuye desde las Ciencias de la Naturaleza a la competencia matemática en la medida en que se insiste en la utilización adecuada de las herramientas matemáticas y en su utilidad, en la oportunidad de su uso y en la elección precisa de los procedimientos y formas de expresión acordes con el contexto, con la precisión requerida y con la finalidad que se persiga. Por otra parte, en el trabajo científico se presentan a menudo situaciones de resolución de problemas de formulación y solución más o menos abiertas, que exigen poner en juego estrategias asociadas a esta competencia.”

En cuarto curso las ciencias naturales se separan en dos: “Física y Química” y “Biología y Geología”. Veamos cada una de ellas por separado:

### 5.1.1. Física y Química

La física y la química están íntimamente relacionadas con las matemáticas, que son fundamentales para ambas. Las matemáticas no son solo una mera herramienta para estas ciencias sino que constituyen un lenguaje propio para las ciencias experimentales y estas materias lo son. Con esto ya se estaría desarrollando la competencia matemática. Procedamos a analizar por separado la química y la física, y observemos con algunos ejemplos de ejercicios típicos donde se hace uso de las matemáticas y donde se desarrolla la competencia.

#### ■ Química

En química, las matemáticas que se utilizan en estos niveles son muy sencillas pero no por eso dejan de ser matemáticas. Veamos algunas aportaciones de las matemáticas en esta materias:

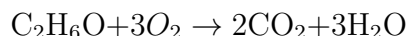
- **Reglas de tres directas e inversas:** En estequiometría cuando se trabaja con reactivos limitantes, con riqueza de reactivos, rendimientos de reacciones químicas, etc.

**Ejercicio:** Calcular el volumen de dióxido de carbono que se obtiene de la combustión de 150g de etanol ( $C_2H_6O$ ) a la temperatura de  $45^{\circ}C$  y a la

presión de 1,2 atmósferas.

*Solución:*

En primer lugar sacamos la reacción química que una vez ajustada nos quedaría



Sabemos que 1 mol de etanol equivale a 23 g, que se obtiene calculando su masa molecular. Por tanto, haciendo una regla de tres obtenemos que

$$\frac{23\text{g}}{150\text{g}} = \frac{1\text{mol}}{n(\text{CO}_2)} \Rightarrow n(\text{CO}_2) = 6,52 \text{ mol};$$

Una vez obtenida la cantidad de moles, hacemos uso de la fórmula de los gases ideales llegando así a la solución del problema

$$V = \frac{n \cdot R \cdot T}{P} = \frac{6,52\text{mol} \times 0,082\text{atm} \times 1 \times 318\text{K}}{\text{mol} \times \text{K} \times 1,2\text{atm}} = 141,7 \text{ litros}$$

- **Sustitución numérica en fórmulas:** Son numerosas las formulas en química en la que se tiene que sustituir una magnitud para poder hallar otra.

En el ejemplo de estequiometría expuesto anteriormente se ha utilizado la fórmula de los gases ideales, que es

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

En ese caso nos interesaba obtener el volumen. Es por ello que se ha despejado la  $V$  y se han sustituido todos los otros datos en la fórmula.

$$V = \frac{n \cdot R \cdot T}{P}$$

- **Ecuaciones:** Son múltiples los problemas planteados en los libros de texto o por el profesor en los que tenemos que hallar una ecuación con la que tratar el problema.
- **Proporcionalidad:** El tema de la proporcionalidad se utiliza en numerosos problemas en química. Un ejemplo de ello puede ser en problemas de disoluciones.

**Ejercicio:** ¿Cómo se prepararían 500mL de disolución de hidróxido de sodio 0,5 M a partir de hidróxido de sodio comercial de 90 % de pureza?

*Solución:* En primer lugar, habría que calcular la masa molar del NaOH que sería 40g/mol

Los moles son:

$$N = M \cdot V = 0,5 \cdot 0,5 = 0,25 \text{mol de NaOH}$$

Estos moles equivalen a:

$$n = m / (\text{masa molar});$$

$$m = n \cdot (\text{masa molar}) = 0,25 \text{mol} \cdot 40 \text{g/mol} = 10 \text{g de NaOH puro}$$

Como el NaOH que tenemos tiene un 90 % de pureza, tendremos que pesar:

$$\begin{array}{lcl} 100 & \longrightarrow & 90 \\ x & \longrightarrow & 10 \end{array} \qquad x = \frac{100 \cdot 10}{90} = 11,11 \text{g}$$

Pesamos entonces esos 11,11g, los disolvemos en un poco de agua y los añadimos a un matraz aforado de 500mL.

Como vemos, hemos tenido que hacer uso de las proporciones para saber la cantidad que había que pesar.

Estas son algunas herramientas matemáticas elementales que se utilizan en química, pero hay muchos más casos conforme vamos subiendo de nivel. Un ejemplo de ello puede ser la utilización del logaritmo neperiano para el cálculo del pH de una disolución. También se utilizan matemáticas para el ajuste de reacciones químicas.

## ■ Física

A continuación, se tratarán las aportaciones de las matemáticas a la física. Hay que decir que las matemáticas han contribuido con mayor peso a la física que a la química. Observemos algunos ejemplos de la utilización de las matemáticas para poder elaborar el currículo de física.

- **Sustitución numérica en ecuaciones:** Al igual que en química son numerosas las ecuaciones en las que sustituyendo una magnitud se puede calcular otra.

**Ejercicio:** Un coche pasa de una velocidad de 40 m/s a 70 m/s en 3s  
¿Qué aceleración tiene?

*Solución:*

$$v_0 = 40\text{m/s} \quad v = 70\text{m/s} \quad t = 3\text{s}$$

Se trata de un movimiento rectilíneo uniformemente variado.

$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{70\text{m/s} - 40\text{m/s}}{3\text{s}} = 10\text{m/s}^2$$

- **Relaciones directamente e inversamente proporcionales:** Son múltiples las magnitudes que están relacionadas directamente o inversamente proporcionales a otras. Un ejemplo puede ser en la ley de gravitación universal.

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

que nos dice que la fuerza ejercida entre dos cuerpos de masa  $m_1$  y  $m_2$  separados una distancia  $r$  es proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia.

- **Potencias:** En física es habitual trabajar con potencias de base 10, ya que se trata con cantidades muy grandes o muy pequeñas.
- **Cambio de unidades:** Son múltiples los problemas en los que tenemos que cambiar de unidades para poder trabajar y hallar la solución.

**Ejercicio:** Transforma a m/s las velocidades: 43,2 km/h; 120km/h;  
1200cm/min.

*Solución:*

$$\frac{43,2\text{km}}{1\text{h}} \cdot \frac{1\text{h}}{3600\text{s}} \cdot \frac{1000\text{m}}{1\text{km}} = 12\text{m/s}$$

$$\frac{120\text{km}}{1\text{h}} \cdot \frac{1\text{h}}{3600\text{s}} \cdot \frac{1000\text{m}}{1\text{km}} = 33,3\text{m/s}$$

$$\frac{1200\text{cm}}{1\text{min}} \cdot \frac{1\text{min}}{60\text{s}} \cdot \frac{0,01\text{m}}{1\text{cm}} = 0,2\text{m/s}$$

- **Ecuaciones matemáticas:** En física se suele trabajar con diferentes magnitudes empleadas en ecuaciones tanto de primer como de segundo grado, cuya solución nos dará el resultado del problema.

Lo mismo pasa con los sistemas de ecuaciones, pues la resolución del sistema implica la solución de ciertos problemas en física como puede ser en cinemática.

**Ejercicio:** Lanzamos desde el suelo un objeto hacia arriba con una velocidad de 12 m/s. Calcula: a.) la altura máxima que alcanza, b.) tiempo que tarda en llegar de nuevo al suelo.

*Solución:* Estamos ante un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado. Nos tomamos el sistema de referencia en el suelo.

Datos iniciales:  $V_0 = 12\text{m/s}$   $r_0 = 0\text{m}$   $a = -10\text{m/s}^2$   $t_0 = 0\text{s}$

Ecuación de la velocidad:  $v = v_0 + a \cdot t \Rightarrow v = 12 - 10 \cdot t$  (m/s)

Ecuación de movimiento:  $r = r_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2}a \cdot t^2 \Rightarrow r = 12 \cdot t - 5 \cdot t^2$  (m)

a.) Cuando llega a su altura máxima, su velocidad se hace cero en ese instante ( $v = 0\text{m}$ ). Por tanto,

$0 = 12 - 10 \cdot t \Rightarrow t = 1,2\text{s}$  tarda en alcanzar la altura máxima.

Sustituimos ese tiempo en la ecuación de la posición (ec. movimiento) para calcular la altura a la que se encuentra.

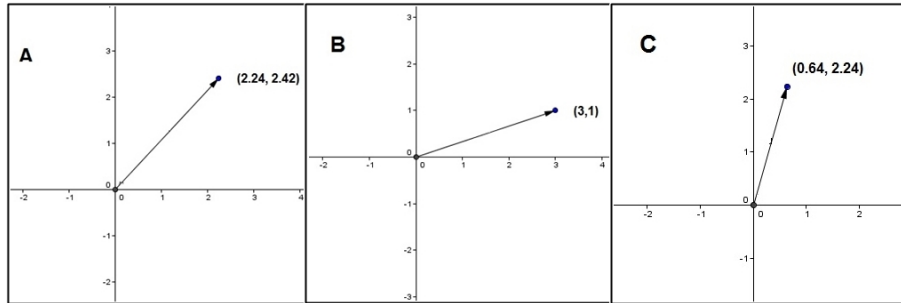
$$r = 12 \cdot t - 5 \cdot t^2 = 12 \cdot 1,2 - 5 \cdot 1,2^2 = 7,2\text{m}$$

b.) Cuando el objeto llega de nuevo al suelo, su posición será  $r=0\text{m}$   
 $r = 12 \cdot t - 5 \cdot t^2(m) \Rightarrow 0 = 12 \cdot t - 5 \cdot t^2 \Rightarrow t = 2,4\text{s}$  tarda en volver al suelo.

Como vemos, para el apartado a.) hemos tenido que resolver una ecuación de primer grado para obtener el tiempo que tarda en alcanzar el máximo, mientras que en el apartado b.) hemos tenido que resolver una ecuación de segundo grado para obtener el tiempo que tarda en volver al suelo. Una de las soluciones de la ecuación era  $t=0$ , rechazada por no ser válida para nuestro caso.

- **Vectores y escalares:** En física hay tanto magnitudes vectoriales como escalares. Esto nos lleva a que se pueda hablar del producto vectorial como del producto escalar.

**Ejercicio:** Determina la distancia del móvil en las posiciones A, B y C respecto al origen del sistema de referencia.



*Solución:* El módulo de las posiciones es el tamaño del vector que lo representa  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ .

A.)  $r = \sqrt{2,24^2 + 2,42^2} = 3,2975$

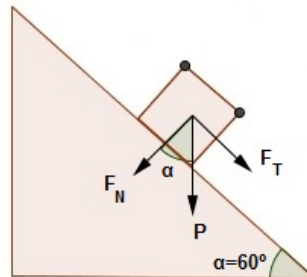
B.)  $r = \sqrt{3^2 + 1^2} = 3,1622$

C.)  $r = \sqrt{0,64^2 + 2,24^2} = 2,3296$

- **Funciones trigonométricas:** Son múltiples los problemas en los que es necesario utilizar las fórmulas trigonométricas para poder resolverlos. Un ejemplo de ello pueden ser los problemas de cinemática.

**Ejemplo:** Un cuerpo de 30 kg de masa está situado en un plano inclinado  $60^\circ$  con la horizontal. Calcula las componentes del peso del cuerpo.

*Solución:* Gráficamente sería:



El peso del cuerpo será:  $P = m \cdot g = 30\text{kg} \cdot 9,8\text{m/s}^2 = 294\text{N}$



Las componente tangenciales  $F_T$  y normal  $F_N$  del peso serán:

$$\sin \alpha = \frac{F_T}{P} \Rightarrow F_T = P \cdot \sin \alpha = 294N \cdot \sin 60^\circ = 254,61N$$

$$\cos \alpha = \frac{F_N}{P} \Rightarrow F_N = P \cdot \cos \alpha = 294N \cdot \cos 60^\circ = 147N$$

Como vemos, física es una materia que está muy relacionada con las matemáticas. En ella son imprescindibles los cálculos. De la misma forma, gracias a la física en algunos campos de matemáticas se han hecho avances muy importantes, y es que como se observa son materias que van de la mano.

### 5.1.2. Biología y Geología

La competencia matemática está siempre presente en las materias científicas. Mediante el uso del lenguaje matemático podemos cuantificar fenómenos naturales, analizar causas y consecuencias, expresar datos, etc., también se desarrolla la competencia al realizar actividades relacionadas con la resolución de problemas, mediciones, estimaciones, escalas, probabilidad, interpretación de gráficas, etc.

Veamos un problema típico de genética en donde se requieren las matemáticas, más concretamente la estadística.

#### Problema típico:

En la mosca del vinagre el color blanco de los ojos es producido por un gen recesivo situado en el cromosoma X, respecto del color rojo dominante. Las alas vestigiales  $vg$ , son recesivas respecto de las alas largas  $vg^+$ , y este carácter no se halla ligado al sexo. Realizamos el cruzamiento de un macho de alas vestigiales y ojos rojos con una hembra de alas largas heterocigótica y ojos rojos portadora del gen blanco. Supongamos, además, que en el mismo cromosoma X en que va el gen ojos blancos, va también ligado en gen letal I, recesivo.

Sobre un total de 150 descendientes de la pareja que se cruza, razona qué proporción de hembras y de machos habrá con alas normales y con alas vestigiales. ¿Y respecto al color?

#### Solución:

Tenemos los siguientes casos

$$\left\{ \begin{array}{l} X^R \rightarrow \text{Cromosoma portador del color rojo de los ojos} \\ X^{bl} \rightarrow \text{Cromosoma portador del color blanco de los ojos} \\ vg^+ \rightarrow \text{Moscas con alas largas} \\ vg \rightarrow \text{Moscas con alas vestigiales} \end{array} \right.$$

El genotipo del macho de ojos rojos y alas vestigiales es:  $X^R Y vg vg$ . El de la hembra de alas largas y heterocigótica y ojos rojos portadora del gen blanco y del gen letal es:  $X^R X^{bl} vg^+ vg$ .

Por tanto, el cruce nos dará:

$$\begin{array}{ccc}
 X^R Y vg vg & \times & X^R X^{bl} vg^+ vg \\
 \text{Macho rojos Vestigiales} & & \text{Hembra Rojos Largas} \\
 \text{gametos: } \boxed{X^R vg} \quad \boxed{Y vg} & & \boxed{X^R vg^+} \quad \boxed{X^R vg} \quad \boxed{X^{bl} vg^+} \quad \boxed{X^{bl} vg}
 \end{array}$$

G.Hembra \ G.Macho	$X^R vg$	$Y vg$
$X^R vg^+$	$X^R X^R vg^+ vg$ Hembras Roj. Norm.	$X^R Y vg^+ vg$ Machos Roj. Norm.
$X^R vg$	$X^R X^R vg vg$ Hembras Roj. Vest.	$X^R Y vg vg$ Machos Roj. Vest.
$X^{bl} vg^+$	$X^R X^{bl} vg^+ vg$ Hembras Roj. Norm.	$X^{bl} Y vg^+ vg$ Letal
$X^{bl} vg$	$X^R X^{bl} vg vg$ Hembras Roj. Vest.	$X^{bl} Y vg vg$ Letal

Fenotipos	Proporción
Hembras Ojos roj. Alas Norm.	1/3
Hembras Ojos roj. Alas Vest.	1/3
Machos Ojos roj. Alas Norm.	1/6
Machos Ojos roj. Alas Vest.	1/6

Las proporciones de machos y hembras con alas normales o vestigiales son:

Fenotipos	Proporción
Hembras Alas Normales	1/3 de 150 $\rightarrow$ 50
Hembras Alas Vestigiales	1/3 de 150 $\rightarrow$ 50
Machos Alas Normales	1/6 de 150 $\rightarrow$ 25
Machos Alas Vestigiales	1/6 de 150 $\rightarrow$ 25

Las proporciones de machos y hembras con ojos rojos o blancos son:

Fenotipos	Proporción
Hembras Ojos Rojos	2/3 de 150 $\rightarrow$ 100
Machos Ojos Rojos	1/3 de 150 $\rightarrow$ 50

Como se aprecia, cuando trabajamos para estudiar poblaciones de organismos hacemos uso de la estadística que es una importantísima rama de las matemáticas. También, para resolver este tipo de problemas es necesario abstraerse y razonar. Este hecho también está incluido en la competencia matemática.

## 5.2. Ciencias Sociales, Geografía e Historia

El REAL DECRETO 1631/2006 nos dice respecto a la competencia matemática en esta materia que: “El conocimiento de los aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad permite colaborar en su adquisición en aquella medida en que la materia incorpora operaciones sencillas, magnitudes, porcentajes y proporciones, nociones de estadística básica, uso de escalas numéricas y gráficas, sistemas de referencia o reconocimiento de formas geométricas, así como criterios de medición, codificación numérica de informaciones y su representación gráfica. La utilización de todas estas herramientas en la descripción y análisis de la realidad social amplían el conjunto de situaciones en las que los alumnos perciben su aplicabilidad y, con ello, hacen más funcionales los aprendizajes asociados a la competencia matemática.”

Son múltiples las gráficas o tablas que aparecen en los libros de texto de esta materia representando datos poblacionales, la interpretación de las mismas son algo que conciernen a la competencia que estamos estudiando. Esto refiriéndonos a la parte de ciencias sociales, en la parte de geografía hay multitud de mapas donde podemos hacer mediciones y desarrollar también la competencias. Veamos un ejemplo de ello:

### Una posible actividad para la parte de Geografía:

El profesor les propondrá a los alumnos que calculen la distancia entre dos puntos en un plano utilizando el teorema de Pitágoras. El alumno tendrá que buscar las coordenadas geográficas de dos ciudades indicadas por el profesor y a partir de ellas calculará la distancia entre las mismas, con esto el profesor puede explicar las coordenadas geográficas o algo más referido a este tema. Veamos la actividad con detalle en el siguiente ejemplo:

Queremos ver cuál es la distancia entre el pueblo de Huécija y Almería. Para ello, como hemos dicho anteriormente necesitamos sus coordenadas geográficas, el alumno se hará de ellas buscando en la web. En este caso serían:

Almería	36°	50′	17″	N	02°	27′	35″	W
Huécija	36°	58′	00″	N	02°	37′	00″	W

Después, los alumnos tendrán que realizar un pequeño dibujo que nos permita identificar la situación y ver cómo definen un triángulo rectángulo en la misma.



Este podría ser un buen dibujo, en el que se observa que la distancia real entre Huécija y Almería, equivaldría a la hipotenusa de nuestro triángulo rectángulo.

El triángulo entonces queda claramente definido y ahora se necesita saber cuánto miden sus catetos. Para ello, se va a calcular las coordenadas geográficas de la ubicación x. Es fácil ver que las coordenadas de la ubicación x son la latitud de Almería y la longitud de Huécija. Por tanto, las coordenadas geográficas serían

Ubicación X	36° 50' 17" N	02° 37' 00" W
-------------	---------------	---------------

Una vez el alumnado haya hallado las coordenadas de la ubicación x tendrán que hacer la diferencia con respecto a los otros dos puntos para ver cuántos grados se diferencian.

$$\begin{array}{r}
 36^{\circ} 58' 00'' \text{ N} \\
 - 36^{\circ} 50' 17'' \text{ N} \\
 \hline
 0^{\circ} 07' 43'' \text{ N}
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 02^{\circ} 37' 00'' \text{ W} \\
 - 02^{\circ} 27' 35'' \text{ W} \\
 \hline
 0^{\circ} 09' 25'' \text{ W}
 \end{array}$$

Pasemos ahora los minutos y segundo a grados, esto se hace con una simple regla de 3.

$$\frac{7}{60} + \frac{43}{3600} = 0,128611 \qquad \frac{9}{60} + \frac{25}{3600} = 0,156944$$

Una vez obtenida la longitud de los catetos en grados tendrán que pasar de grados a kilómetros. Para ello, tendrán que saber a cuántos kilómetros equivale un grado de longitud y latitud. Esta información se la puede proporcionar el profesor de historia o hacer que investiguen ellos.

Una vez hallado, obtendrán que un grado de longitud equivale a 111,131 km y que un grado de latitud depende de la misma. A medida que la latitud aumenta disminuyen los kilómetros por grado, ya que el planeta no es una esfera perfecta. Esto también sería interesante que lo explicase el profesor más detalladamente. Les diremos a nuestros alumnos que no tengan mucho en cuenta eso para hacer los cálculos y que tomen un grado de latitud como 111,319 km.

Por tanto, la longitud de los catetos de nuestro triángulo en kilómetros es de

$$111,319 \times 0,128611 = 14,316847 \quad 111,131 \times 0,156944 = 17,44134$$

Una vez obtenidas estas longitudes pueden aplicar el teorema de Pitágoras para sacar lo que mide la hipotenusa, que sería lo equivalente a la distancia entre Huéccija y Almería, que nos daría:

$$\text{Hipotenusa} = \sqrt{14,316847^2 + 17,44134^2} = 22,5648 \text{ km}$$



Con esta práctica se hace uso de las matemáticas relacionándolas directamente con la geografía. Es una actividad que puede resultar muy llamativa para el alumnado. En cuanto a historia, el profesor podría tratar algún hecho relacionado con las matemáticas o algún personaje señalado como Hipatia.

### 5.3. Educación Física

El REAL DECRETO 1631/2006 no recoge nada respecto a la competencia matemática en esta asignatura, pero eso no quiere decir que no se pueda desarrollar. En Educación Física sin darnos cuenta estamos haciendo innumerables cálculos mentales, para medir distancias, trayectorias, dimensiones, volúmenes, etc. Además se estiman velocidades o intervalos de tiempo o se calculan duraciones. En definitiva, lo que se hacen son reajustes en función de las variables espacio-temporales, siendo el espacio y el tiempo magnitudes cuantificables.

El proceso de lateralización y su proyección en el espacio es un factor imprescindible para el desarrollo de la competencia matemática. Esto incluye la orientación en el espacio, la descripción de itinerarios o la interpretación de planos y mapas. De la misma forma, la competencia matemática también afecta a la temporalidad y a su relación con la expresión corporal a través del trabajo del ritmo.

Una vez más, la percepción, la organización y la estructuración del espacio y el tiempo se nos presentan como un medio idóneo para el desarrollo de esta competencia.

Asimismo, cuando se trabajan ciertas cualidades físicas y se controla su mejora o progreso mediante mediciones de las mismas, posteriormente, comparándolas e interpretándolas, se aplican las matemáticas y, por tanto, estamos desarrollando la competencia, pues se trasladan las matemáticas del aula a una situación de la vida real.

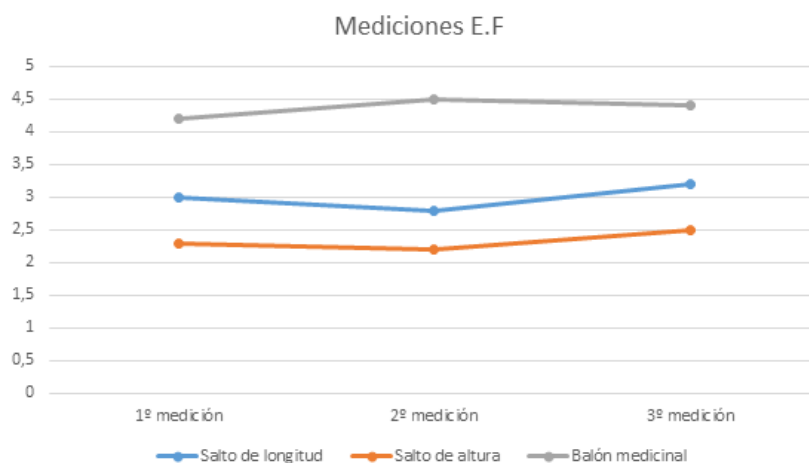
#### Ejemplo de una posible puesta en práctica:

Un profesor de Educación Física decide dedicar un trimestre a la práctica del atletismo. El profesor les dice a sus alumnos que al finalizar el trimestre le tienen que entregar una pequeña memoria con sus mediciones en varios ejercicios y su progreso representado en una gráfica. En la memoria constarán tres mediciones: una al principio del trimestre, otra al final, y una intermedia. Además, les dice que los ejercicios a realizar son: Salto de longitud, salto vertical, lanzamiento de balón medicinal y 50 metros lisos.

Por tanto, los alumnos al finalizar el trimestre tendrán que tener una tabla como la siguiente, los datos de la tabla son ficticios, ya que solo se pretende ejemplificar:

Ejercicios \ Mediciones	Mediciones		
	1º Medición	2º Medición	3º Medición
Salto de longitud	3 m	2,8 m	3,2 m
Salto de altura	2,3 m	2,2 m	2,5 m
Balón medicinal	4,2 m	4,5 m	4,4 m
50 metros lisos	8,55 s	8,24 s	7,99 s

Estos datos expresados gráficamente serían:



Al ejercicio de los 50 metros lisos se le podría sacar más partido, ya que se le podría pedir al alumno que calculase su velocidad en km/h. Para ello, el alumno tendría que calcular la velocidad en m/s y pasarlo a km/h. Aquí se practicaría además de lo anterior el cambio de unidades.

$$Velocidad = \frac{Espacio}{Tiempo} = \frac{50m}{8,55s} = 5,85 \text{ m/s}$$

A continuación, se llevaría a cabo el cambio de unidades:

$$\frac{5,85m}{1s} \frac{3600s}{1h} \frac{1km}{1000m} = 21,06 \text{ km/h}$$

Esto mismo se haría con las otras dos mediciones y al final también se podría representar en una gráfica la velocidad para ver el progreso del alumno.

En conclusión, es fácil trasladar las matemáticas del aula a las clases prácticas de Educación Física, al igual que el ejemplo representado anteriormente, se podría aplicar en numerosas actividades solo es cuestión de pararse a pensar.

## 5.4. Educación Plástica y Visual

Según el REAL DECRETO 1631/2006: “aprender a desenvolverse con comodidad a través del lenguaje simbólico es objetivo del área, así como profundizar en el conocimiento de aspectos espaciales de la realidad, mediante la geometría y la representación objetiva de las formas. Las capacidades descritas anteriormente contribuyen a que el alumnado adquiera competencia matemática.”

Como se aprecia, el Real Decreto tiene en cuenta la competencia matemática para esta materia. Además, recurriendo a la historia del arte son muchos los artistas, ya sean escultores, pintores, etc., que plasman las matemáticas en sus obras. Un ejemplo de ello

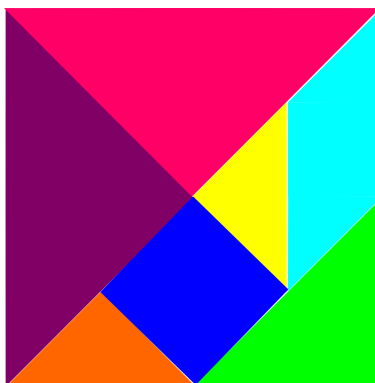
es Salvador Dalí, genio artístico, obsesionado con las matemáticas.

Por otra parte, los problemas técnicos que aparecen en muchos proyectos artísticos, conllevan la utilización de herramientas de pensamiento y recursos, propios de las matemáticas.

### Ejemplo de una posible puesta en práctica

Una forma de desarrollar la competencia matemática es la utilización del tangram. Un tangram es un juego educativo matemático, un puzzle o rompecabezas formado por un conjunto de figuras planas que se obtiene de fraccionar una figura plana. El juego consiste en formar siluetas utilizando siete piezas sin superponerlas. Es un juego planimétrico porque todas las figuras están contenidas en el mismo plano. Las figuras de las que consta son:

- Un cuadrado.
- Cinco triángulos de distintos tamaños.
- Un paralelogramo.



Para jugar, el alumno tendrá que construir siluetas utilizando las siete figuras planas.

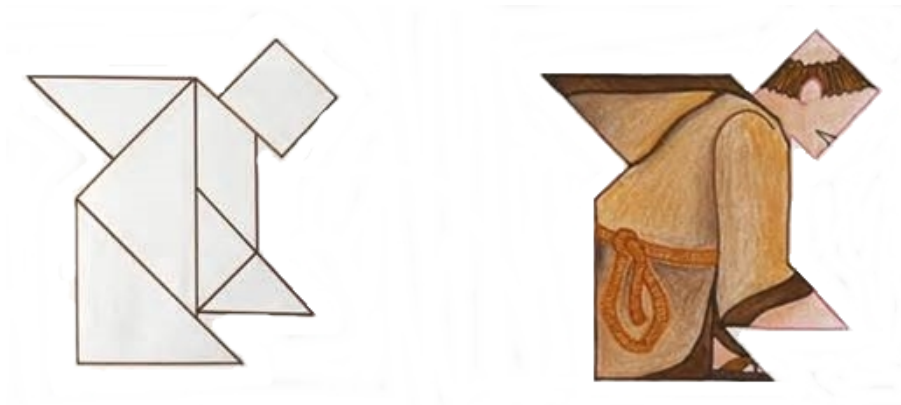
El objetivo de este juego es que los alumnos perciban las diferentes formas geométricas y que hagan rotaciones con ellas para obtener diferentes formas. Para ello, los alumnos tendrán que comparar medidas de longitud y, además, trabajarán de forma implícita con los ángulos. Una de las cosas a tener en cuenta es que como siempre se utilizan las mismas piezas y no se pueden superponer, siempre se conserva la misma área.

El tangram estimula la creatividad del alumno y es un material muy útil para desarrollar la competencia matemática, ya que se introducen conceptos de geometría plana, promoviendo el desarrollo de capacidades psicomotrices e intelectuales, pues permite de forma lúdica la manipulación concreta de figuras para formar ideas abstractas. También, sirve para mejorar la ubicación espacial, conceptualizar sobre las fracciones y las



operaciones entre ellas, comprender y operar la notación algebraica, deducir relaciones, aplicar fórmulas para área y perímetro de figuras planas, entre otras cosas.

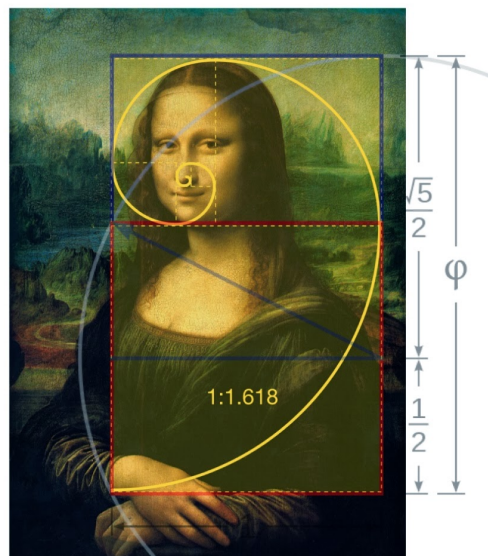
Como actividad final, se le podría proponer a los alumnos que hiciesen una figura de las tantas que se pueden crear para que representen algo. Al final tendrían que entregar dos imágenes como las siguientes:



Así, también desarrollarían su vena artística y creativa.

### Otra posible actividad

Se le podría explicar a los alumnos la proporción áurea y lo importante que ha sido para la representación de numerosas obras. Después como actividad les podríamos mandar que hiciesen ellos un dibujo haciendo uso del número Phi y además que se informasen por la web de alguna obra de arte que sigue esta proporción para mostrársela a sus compañeros.



## 5.5. Informática

Según el REAL DECRETO 1631/2006: “Contribuye de manera parcial a la adquisición de la competencia matemática, aportando la destreza en el uso de aplicaciones de hoja de cálculo que permiten utilizar técnicas productivas para calcular, representar e interpretar datos matemáticos y su aplicación a la resolución de problemas. Por otra parte, la utilización de aplicaciones interactivas en modo local o remoto, permitirá la formulación y comprobación de hipótesis acerca de las modificaciones producidas por la modificación de datos en escenarios diversos.”

Para el nivel de 4º ESO de informática como bien nos dice el Real Decreto, la manera en la que se desarrolla de una forma más directa la competencia matemática sería por medio de las hojas de cálculo.

En una hoja de cálculo los alumnos analizan datos ya sean cuantitativos o cualitativos, los cuales pueden comparar, representar gráficamente y hacer distintos cálculos con los mismos.

Además, otra forma con la que se podría desarrollar la competencia sería calculando la capacidad del disco duro en función de las características técnicas del sistema.

### Ejemplo de una posible puesta en práctica

Realice una plantilla en excel que nos clasifique los sistemas de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas.

*Solución:*

Dado un sistema de ecuaciones  $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$  lo podemos clasificar dependiendo del número de soluciones que tenga:

- Sistema Compatible Determinado: Tiene una única solución.

Para ello se tiene que cumplir  $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$  esta sería la condición a cumplir en excel para que nos devuelva en la casilla correspondiente el valor “VERDADERO” si se cumpliera y “FALSO” si no se cumpliera.

Ejemplo:

Clasificación de Sistemas Lineales de 2 ecuaciones y 2 incógnitas						
coeficiente de x				coeficiente de y		término independiente
5	<b>x</b>	+		1	<b>y</b>	= 1
3	<b>x</b>	+		2	<b>y</b>	= 1
Sistema compatible determinado :		VERDADERO				
Sistema compatible indeterminado :		FALSO				
Sistema incompatible :		FALSO				

- Sistema Compatible Indeterminado: Tiene infinitas soluciones.

Para ello se tiene que cumplir  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$  esta sería la condición a cumplir en excel para que nos devuelva en la casilla correspondiente el valor “VERDADERO” si se cumpliera y “FALSO” si no se cumpliera.

Ejemplo:

Clasificación de Sistemas Lineales de 2 ecuaciones y 2 incógnitas						
coeficiente de x				coeficiente de y		término independiente
6	<b>x</b>	+		4	<b>y</b>	= 10
3	<b>x</b>	+		2	<b>y</b>	= 5
Sistema compatible determinado :		FALSO				
Sistema compatible indeterminado :		VERDADERO				
Sistema incompatible :		FALSO				

- Sistema Incompatible: No tiene solución.

Para ello se tiene que cumplir  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$  esta sería la condición a cumplir en excel para que nos devuelva en la casilla correspondiente el valor “VERDADERO” si se cumpliera y “FALSO” si no se cumpliera.

RO” si se cumpliera y “FALSO” si no se cumpliera.

Ejemplo:

Clasificación de Sistemas Lineales de 2 ecuaciones y 2 incógnitas						
coeficiente de x				coeficiente de y		término independiente
6	x	+		4	y	= 3
3	x	+		2	y	= 3
Sistema compatible determinado :			FALSO			
Sistema compatible indeterminado :			FALSO			
Sistema incompatible :			VERDADERO			

## 5.6. Latín

Aunque la competencia matemática parece ajena a la lengua latina es posible trabajar en ella muy superficialmente a través del estudio de la numeración romana, que permite la interpretación de las fechas presentes en inscripciones o monumentos conmemorativos.

También, a través del estudio del léxico matemático relacionado con las costumbres latinas (numerales, cultismos, tecnicismos), el alumno entrará en contacto con vocablos procedentes de la lengua latina, empleados en el lenguaje matemático que le permitirán una correcta utilización de la lengua matemática y una mejor comprensión de conceptos básicos, que deberán conocer en 4º de la ESO. Por ejemplo, evitará usos incorrectos de los numerales como emplear el partitivo “veinteavo” en lugar del ordinal “vigésimo” (derivado de viginti), o comprenderá el sentido de la secante (proveniente de la forma “secantem”, participio presente del verbo seco, cortar).

Al descomponer y traducir los étimos latinos, los alumnos deducirán mediante un proceso lógico la relación entre los términos y en lo que consiste el concepto matemático a explicar, realizando el mismo proceso empleado para la resolución de problemas: relación, inducción y deducción.

Aplicado a la propia asignatura de Latín, las matemáticas son de gran utilidad para la comprensión y estudio de la propia civilización romana, para el que se necesita conocer el uso de los aspectos cuantitativos de informaciones sobre los hechos de su realidad

geográfica, histórica, social, cultural y económica, poniendo en práctica conocimientos de estadística básica, gráficos, tablas y escalas.

### Posible manera de desarrollar la competencia:

El profesor podría dedicar una o dos horas a explicar el sistema de numeración romano. Como sabemos este está constituido por los siguientes símbolos

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

A este nivel de estudios los alumnos deberían de saber cómo se escribe un número en romano. Dando un paso más allá, se verá cómo se suma, resta, multiplica y se divide con ellos.

#### ■ Suma de números romanos: Hay que seguir los siguientes pasos:

1. Escribimos el número romano sin restar ningún símbolo, aunque para ello repitamos alguno de ellos más de tres veces. Ejemplo: IV  $\rightarrow$  IIII
2. Los dos números a sumar los juntamos. Ejemplo: IIII + VI  $\rightarrow$  IIIIVI
3. Ordenamos de mayor a menor los símbolos según su valor correspondiente. Ejemplo: IIIIVI  $\rightarrow$  VIIIII
4. Reducimos todo lo que se pueda la expresión que tenemos. (Simplificamos) Ejemplo: VIIIII  $\rightarrow$  VV
5. Restamos cuando se preciso (lo contrario al paso 1.) Ejemplo: CXVIII  $\rightarrow$  CXIV

#### ■ Resta de números romanos: Hay que seguir los siguientes pasos:

1. Escribimos el número romano sin restar ningún símbolo, aunque para ello repitamos alguno más de tres veces. Ejemplo: IV  $\rightarrow$  IIII
2. Eliminamos símbolos comunes en ambos miembros de la resta. Ejemplo: CXVIII - LXII  $\rightarrow$  CVI - L (hemos suprimido una X y dos I)
3. Expandimos todo lo que podamos los miembros de la resta. Ejemplo: CVI - L  $\rightarrow$  LLVI - L
4. Repetimos el paso 2. Ejemplo: LLVI - L  $\rightarrow$  LVI
5. Restamos cuando sea preciso (lo contrario al paso 1.) Ejemplo: CXVIII  $\rightarrow$  CXIV

#### ■ Multiplicación de números romanos

Para calcular  $A \cdot B$  hay que hacer una pequeña tabla con dos columnas. En la primera fila en la columna de la izquierda irá A y en la columna de la derecha irá B. Después habrá que seguir los siguientes pasos:

1. Dividimos A entre 2, y ponemos el cociente de esta operación debajo de A.
2. Multiplicamos B por 2, y ponemos el resultado debajo de B.
3. Repetimos los pasos 1. y 2. con los resultados que vamos obteniendo, hasta que en la columna de la izquierda tengamos un 1.
4. Tachamos las filas que tienen en la columna de la izquierda un número par.
5. Sumamos todos los números no tachados de la columna de la derecha. El resultado obtenido en este paso será la solución de  $A \cdot B$ .

Ejemplo:  $A \cdot B$  donde  $A = \text{CXXIV}$  (124) y  $B = \text{V}$  (5)

A=CXXIV (124)	B=V (5)
LXII (62)	X (10)
XXXI (31)	XX (20)
XV (15)	XL (40)
VII (7)	LXXX (80)
III (3)	CLX (160)
I (1)	CCCXX (320)

tachando las filas que tienen en la columna de la izquierda un número par, nos queda:

XXXI (31)	XX (20)
XV (15)	XL (40)
VII (7)	LXXX (80)
III (3)	CLX (160)
I (1)	CCCXX (320)

Sumamos los números de la columna de la derecha:

$\text{XX} + \text{XL} + \text{LXXX} + \text{CLX} + \text{CCCXX} \Rightarrow \text{XX} + \text{XXXX} + \text{LXXX} + \text{CLX} + \text{CCCXX} \Rightarrow \text{XXXXXXXXLXXXCLXCCCXX} \Rightarrow \text{CCCCLLXXXXXXXXXXXXXXX} \Rightarrow \text{DCXX}$  (620)

Exactamente obtenemos  $124 \cdot 5 = 620$

#### ■ División de números romanos

Para la división de dos números, restaremos al dividendo el divisor todas la veces que podamos hasta obtener un número menos que el divisor. El número de veces que restamos será el cociente y el número que nos queda más pequeño que el divisor será el resto.

Ejemplo: Realicemos la siguiente división  $25/3$

Para ellos vamos a restar 3 las veces que hagan falta hasta obtener un número

menor que este.

$$25 - 3 = 22$$

$$22 - 3 = 19$$

$$19 - 3 = 16$$

$$16 - 3 = 13$$

$$13 - 3 = 10$$

$$10 - 3 = 7$$

$$7 - 3 = 4$$

$$4 - 3 = 1$$

Ahora, el cociente de nuestra operación será el número de restas realizadas y el resto el resultado de la última resta. Por tanto, tenemos que

Cociente: 8; Resto: 1;

Como podemos apreciar a la hora de sumar y restar quizás no haya ningún gran problema, pero a la hora de multiplicar y dividir la cosa se les complicaba mucho a los romanos. Es por esto que para grandes operaciones los romanos hacían uso del ábaco. El profesor de latín puede explicar como curiosidad el uso del ábaco a sus alumnos y realizar juegos con él, pues es la calculadora del pasado.

## 5.7. Lengua Castellana y Literatura

El REAL DECRETO 1631/2006 no menciona cómo desarrollar la competencia matemática en esta materia. El área de Lengua Castellana y Literatura es un ámbito privilegiado para desarrollar la habilidad de interpretar y expresar con claridad y precisión informaciones, datos y argumentaciones. De esta forma, se colabora en la construcción de la competencia matemática, de la que la habilidad mencionada forma parte. La lectura atenta, la comprensión literal y deductiva de enunciados y el proceso de planteamiento que lleva a la solución del problema es una parte crucial del proceso de resolución de problemas a cuyo desarrollo puede contribuirse desde el área de Lengua.

### Ejemplo de una posible puesta en práctica

El profesor les puede proponer a los alumnos que hagan un pequeño estudio estadístico sobre un fragmento de un libro. Este mismo proyecto puede ampliarse a modo de trabajo trimestral o anual realizando este ejercicio con textos significativos de las distintas épocas y comparando los resultados obtenidos. A partir de estos resultados, los alumnos deberán redactar un informe con los principales cambios y evoluciones lingüísticas y léxicas que se han dado a través de los siglos. Veamos un ejemplo de análisis en el que se utiliza el primer párrafo de *Don Quijote de la Mancha*:

*“En un lugar de la Mancha, de cuyo nombre no quiero acordarme, no ha mucho tiempo que vivía un hidalgo de los de lanza en astillero, adarga antigua, rocín flaco y galgo corredor. Una olla de algo más vaca que carnero, salpicón las más noches, duelo y quebrantos los sábados, lentejas los viernes, algún palomino de añadidura los domingos, consumían las tres partes de su hacienda. El resto de ella concluían sayo de velarte, calzas de velludo para las fiestas, con sus pantuflos de lo mismo, y los días de entresemana se honraba con su vellorí de lo más fino.”*

Para hacer el análisis vamos a hacer una tabla donde vamos a representar los siguientes:

Frecuencia Absoluta:  $n_i$

Frecuencia Relativa:  $f_i = \frac{n_i}{N}$

Frecuencia Absoluta Acumulada:  $N_i$

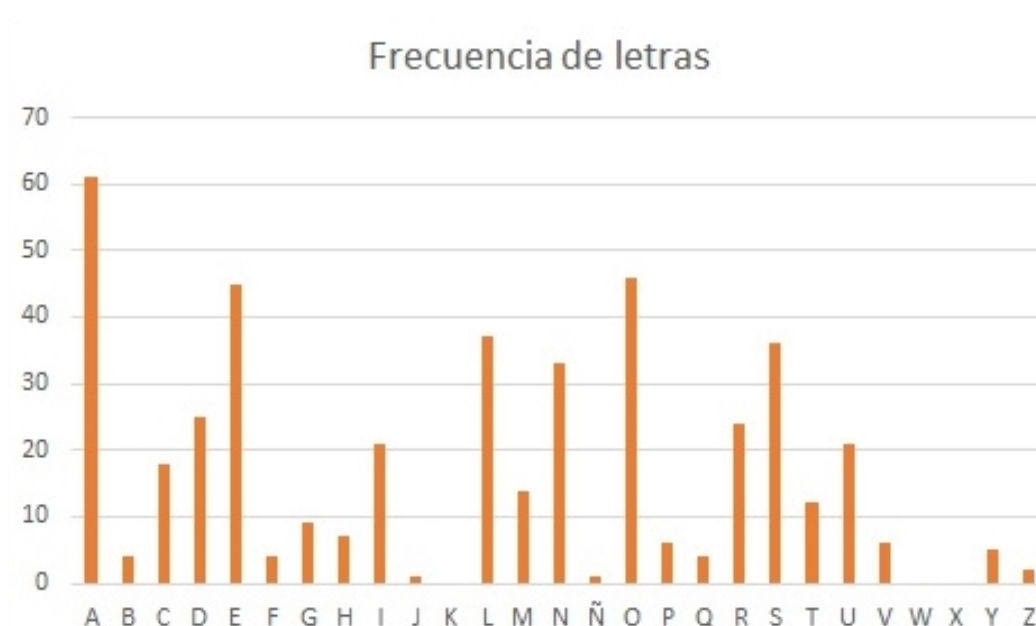
Frecuencia Relativa Acumulada:  $F_i = \frac{N_i}{N}$

Porcentaje:  $P_i = f_i \cdot 100\%$



Letras	$n_i$	$N_i$	$f_i$	$F_i$	%
A	61	61	0.138	0.138	13.8
B	4	65	0.009	0.147	0.9
C	18	83	0.0407	0.1877	4.07
D	25	108	0.0565	0.2442	5.65
E	45	153	0.1018	0.346	10.18
F	4	157	0.009	0.355	0.9
G	9	166	0.0204	0.3754	2.04
H	7	173	0.0158	0.3912	1.58
I	21	194	0.0475	0.4387	4.75
J	1	195	0.0023	0.441	0.23
K	0	195	0	0.441	0
L	37	232	0.0837	0.5247	8.37
M	14	246	0.0317	0.5564	3.167
N	33	279	0.0747	0.6311	7.47
Ñ	1	280	0.0023	0.6334	0.23
O	46	326	0.104	0.7374	10.4
P	6	332	0.0135	0.7509	1.35
Q	4	336	0.009	0.7599	0.9
R	24	360	0.0542	0.8141	5.42
S	36	396	0.0814	0.8955	8.14
T	12	408	0.0271	0.9226	2.71
U	21	429	0.0475	0.9701	4.75
V	6	435	0.0135	0.9836	1.35
W	0	435	0	0.9836	0
X	0	435	0	0.9836	0
Y	5	440	0.0113	0.9949	1.13
Z	2	442	0.0045	1	0.45
	442		1		100

También se podría representar en un histograma tal que así:



### Otra posible actividad

El profesor puede mandar una lectura de un libro divulgativo de matemáticas que sea adecuado para el nivel del alumnado. Sería interesante que hablase con algún miembro del departamento de matemáticas para que le aconsejase.

## 5.8. Lengua Extranjera

El REAL DECRETO 1631/2006 no recoge nada sobre la competencia estudiada y esta materia. No obstante, esta competencia se desarrolla cuando se dan los números, días de la semana, meses del año, compras y uso del dinero, ya que se maneja la moneda de otro país, y no sólo se aprende sobre esta moneda sino que afianzan sus conocimientos sobre la propia (el euro).

### Posible actividad para desarrollar la competencia

Organizar la clase en parejas y que uno haga de dependiente de una tienda y otro de cliente. El cliente hará una supuesta compra y se tendrán que manejar con los números para ver los precios que vale cada producto y lo que vale la compra completa. Es una actividad que puede ser del agrado del alumnado por aparentar una escena de la vida real.

## 5.9. Matemáticas. Opción A y B

Según el REAL DECRETO 1631/2006: “Puede entenderse que todo el currículo de la materia contribuye a la adquisición de la competencia matemática, puesto que

la capacidad para utilizar distintas formas de pensamiento matemático, con objeto de interpretar y describir la realidad y actuar sobre ella, forma parte del propio objeto de aprendizaje. Todos los bloques de contenidos están orientados a aplicar aquellas destrezas y actitudes que permiten razonar matemáticamente, comprender una argumentación matemática y expresarse y comunicarse en el lenguaje matemático, utilizando las herramientas adecuadas e integrando el conocimiento matemático con otros tipos de conocimiento para obtener conclusiones, reducir la incertidumbre y para enfrentarse a situaciones cotidianas de diferente grado de complejidad. Conviene señalar que no todas las formas de enseñar matemáticas contribuyen por igual a la adquisición de la competencia matemática: el énfasis en la funcionalidad de los aprendizajes, su utilidad para comprender el mundo que nos rodea o la misma selección de estrategias para la resolución de un problema, determinan la posibilidad real de aplicar las matemáticas a diferentes campos de conocimiento o a distintas situaciones de la vida cotidiana.”

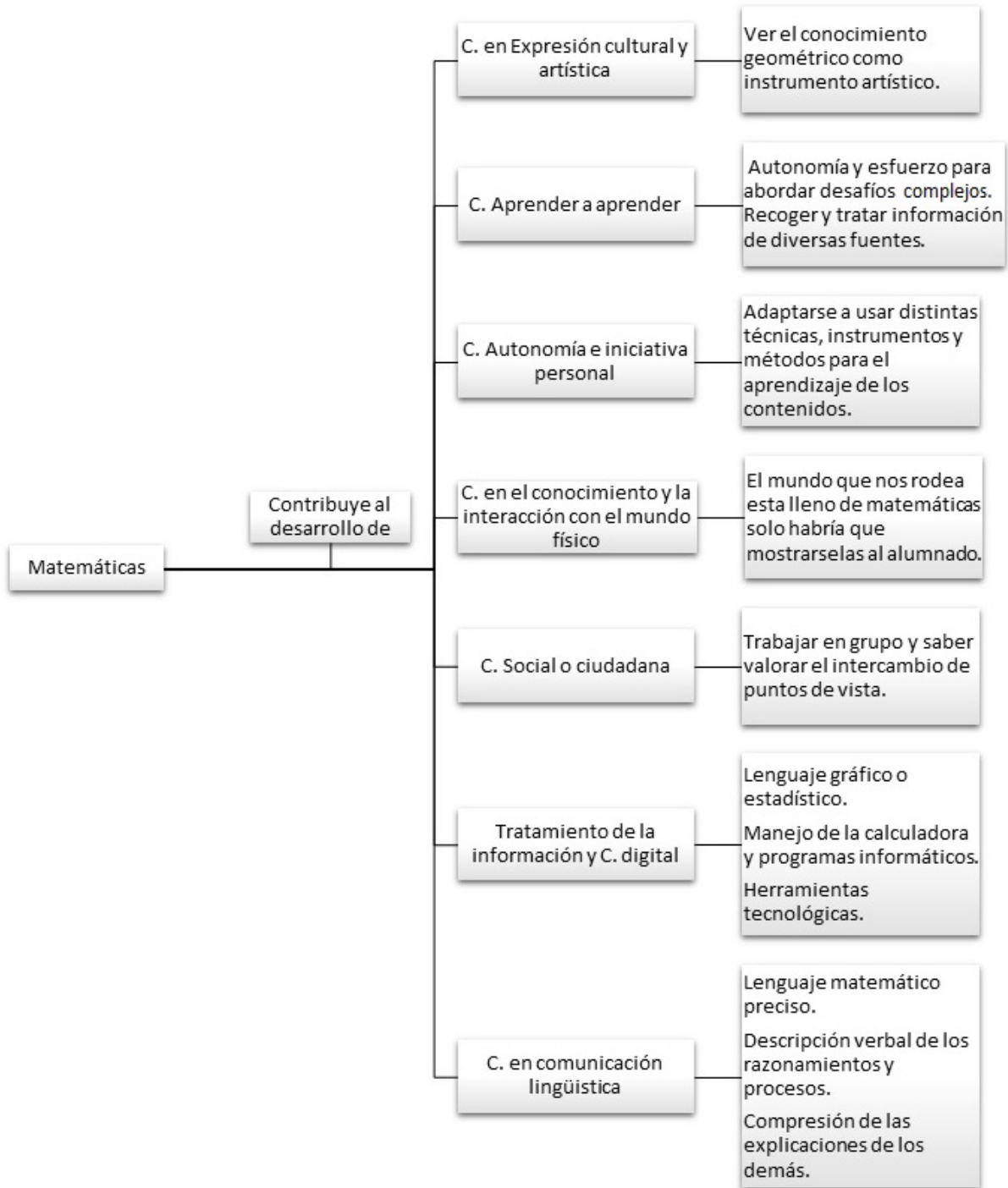
Esta claro que la competencia matemática se desarrolla en todo el currículo de esta materia. Es por eso que sería interesante ver como podemos desarrollar otras competencias en la asignatura de matemáticas. Veamos las distintas competencias y lo que podemos hacer con cada una de ellas:

- **Competencia en Expresión Cultural y Artística:** La geometría forma parte de la expresión artística.  
En cuanto a la cultura, se puede hacer referencia a los grandes matemáticos de las épocas.
- **Competencia Aprender a Aprender:** Autonomía, perseverancia y esfuerzo para abordar situaciones complejas. En matemáticas son numerosos los problemas planteados al alumnado para que estos por sí solos lleguen a la solución. Es muy importante que los alumnos aprendan a razonar y lleguen a tener sus propias ideas. Para ello, estos tendrán que documentarse indagando por múltiples fuentes, para así tener unos ricos conocimientos.
- **Competencia Autonomía e Iniciativa Personal:** Desarrollo de la confianza a la hora de enfrentarse a un problema planteado.  
Para resolver los problemas es necesario hacer un buen razonamiento de la situación planteada y gestionar muy bien las herramientas que saben utilizar.
- **Competencia en el Conocimiento y la Interacción con el Mundo Físico:**  
Es muy importante que el alumno observe y analice el entorno que nos rodea para así mejorar su capacidad de visión espacial por poner algún ejemplo.  
En modelización lo que hacemos es analizar alguna situación de la vida real y

estudiarla para poder deducir o predecir algunos hechos futuros.

- **Competencia Social o Ciudadana:** La utilización de las matemáticas para describir fenómenos sociales. Cooperar con los compañeros y aceptar los diferentes puntos de vista que pueda haber, fomentar la imaginación y la creatividad.
- **Tratamiento de la Información y Competencia Digital:** Saber manejarnos con los números y lo que estos representan en determinadas ocasiones. Hoy en día son imprescindibles las calculadoras y hojas de cálculo para hacer ciertas operaciones que nos llevan a la resolución de problemas. Además, algo muy importante es saber graficar la información para mejorar la comunicación de esta misma.
- **Competencia en Comunicación Lingüística:** Comprender y producir el lenguaje matemático, ya que es indispensable para aprender matemáticas. Además, en la enseñanza de las matemáticas tiene gran importancia la resolución de problemas. Para poder entenderlos con claridad y resolverlos, es esencial que estén bien expresados. Es aquí donde esta competencia toma un gran protagonismo.

Vamos a hacer un mapa conceptual donde va a venir todo bien recogido y muy claro.



## 5.10. Música

El REAL DECRETO 1631/2006 no aporta información sobre cómo desarrollar la competencia matemática en esta materia. Por lo tanto, siguiendo los contenidos afines entre las dos asignaturas, se plantea el desarrollo de la competencia estudiada en trabajar la habilidad para utilizar razonamientos matemáticos, producir e interpretar distintos tipos de información sobre aspectos cuantitativos, espaciales de la realidad, así como la capacidad de utilizar datos y argumentaciones matemáticas. Concretamente, la música comparte con las matemáticas aspectos como la utilización de modos de representación y de pensamiento lógico y espacial aplicados a la identificación de los elementos que intervienen en la construcción de una obra musical (relaciones entre altura de sonido y su frecuencia, relaciones interválicas, organización de sonidos a través de escalas diatónicas, modal, tonal, dodecafónica; proporciones rítmicas, patrones de diferente duración sonora, etc.). Con la práctica y la interpretación musical se trabajan contenidos y procedimientos basados en la representación de las ideas e intenciones musicales mediante la notación musical (pentagrama, signos, tablaturas, claves, notas y figuras, indicaciones metronómicas, etc.) con lo que también favorecemos que nuestro alumnado adquiera habilidades relacionadas con la competencia matemática.

Dentro de las actividades musicales contribuyen notablemente a desarrollar esta competencia el análisis y lectura de la partitura, ya que el ritmo musical está basado en las figuras musicales relacionadas entre sí por una proporción matemática cuya unidad es el pulso. También, se adquiere la competencia matemática trabajando conceptos básicos como los intervalos, la armonía, los fundamentos físico-matemáticos del sonido, el metrónomo, etc.

El canto, el baile o la audición son actividades a priori motivadoras y que, sin duda, contienen relaciones músico-matemáticas fáciles de entender.

Cuando cantamos lo que realmente estamos haciendo es seguir una partitura donde hay multitud de elementos y conceptos como los relacionados con el compás, relaciones de proporción, altura y duración, etc. En el baile también están involucradas las matemáticas, ya que cuando bailamos producimos multitud de formas geométricas con el cuerpo, además de seguir el ritmo.

Las audiciones de piezas musicales también implican el análisis de elementos físicos y matemáticos: las cualidades del sonido o las distancias entre notas (intervalos, acordes, fenómeno físico armónico) son hechos sonoros que admiten un estudio más profundo que el meramente sensitivo. Hablamos por tanto de altura: frecuencia (Hercios), intensidad (Decibelios), duración: figuras y su relación espacio-tiempo, y timbre: características de la onda sonora.

Cuando practicamos con un instrumento musical ocurre lo mismo que con el can-

to, pues tenemos que saber leer una partitura en la que hay multitud de elementos y conceptos relacionados con las matemáticas. Lo que supone reforzar conceptos como lateralidad, orientación y coordinación. También, se practica la improvisación y la experimentación sonora, hechos y conceptos muy relacionados con la probabilidad o el azar (música aleatoria).

No es difícil encontrar gran variedad de propuestas y actividades para desarrollar la competencia matemática en música. Veamos algunas de ellas:

### Ejemplo de una posible puesta en práctica

La razón áurea está muy relacionada con la música tanto en la composición de numerosas obras como en la construcción de instrumentos. Un ejemplo es la utilización del número Phi para la construcción de los famosos violines de Stradivarius.


También, se pueden encontrar los seis primeros términos de la sucesión de Fibonacci en una octava de piano. Todas estas inquietudes o usos que se hicieron de la proporción áurea se los podríamos transmitir a los alumnos en una clase magistral. Además, si en clase disponemos de algún instrumento que siga estas relaciones podríamos apreciarlas haciendo las mediciones o cálculos pertinentes.

### Otro ejemplo consistiría en lo siguiente:


El profesor podría hacerles ver a los alumnos por medio de obras musicales las simetrías, translaciones, repeticiones, etc., como se observa en la siguiente partitura de Bach, se pueden apreciar varias translaciones.

**Bach: Trias Harmonica**

Traslación en el tiempo



Reflexión vertical  
(eje en línea Mi)



## Curiosidad

La Sonata N°1 de Mozart para piano subdivide su primer movimiento en 38 y 62 compases, si hacemos el cociente de estas dos cantidades obtenemos  $62/38=1,6315$  que se acerca mucho al número Phi. Lo mismo ocurre con el segundo movimiento que consta de 28 y 46 compases en sus dos secciones principales y que si calculamos el cociente obtenemos  $46/28=1,6428$ , quedándose muy cerca otra vez del número Phi.

## 5.11. Tecnología

Según el REAL DECRETO 1631/2006: “El uso instrumental de herramientas matemáticas, en su dimensión justa y de manera fuertemente contextualizada, contribuye a configurar adecuadamente la competencia matemática, en la medida en que proporciona situaciones de aplicabilidad a diversos campos, facilita la visibilidad de esas aplicaciones y de las relaciones entre los diferentes contenidos matemáticos y puede, según como se plantee, colaborar a la mejora de la confianza en el uso de esas herramientas matemáticas. Algunas de ellas están especialmente presentes en esta materia como la medición y el cálculo de magnitudes básicas, el uso de escalas, la lectura e interpretación de gráficos, la resolución de problemas basados en la aplicación de expresiones matemáticas, referidas a principios y fenómenos físicos, que resuelven problemas prácticos del mundo material.”

En tecnología es necesario el uso de las matemáticas, no solo para mediciones para construir determinados objetos, sino para la resolución de ciertos problemas que necesitan el uso de las matemáticas. Es imprescindible saber deducir y resolver ecuaciones, sistemas de ecuaciones y trabajar con números en notación científica, por poner un ejemplo.

Veamos un ejercicio típico del tema de electrónica, en el que se utiliza la ley de Ohm:

**Ejercicio:** En un circuito simple con una resistencia la pila presenta una tensión de 9 Voltios. La Resistencia es de  $20\Omega$ . ¿Qué intensidad circula por el circuito?

*Solución:*

La Ley de Ohm nos dice que, “Voltaje = Intensidad  $\times$  Resistencia”, por tanto, despejando la intensidad de la formula obtenemos que:

$$V = I \cdot R \Rightarrow I = \frac{V}{R}$$

Y sustituyendo en la ecuación los datos que tenemos



$$R = 20\Omega \text{ y } V = 9V, \text{ obtenemos que } I = \frac{9V}{20\Omega} = 0,45A$$

Como hemos visto para resolver este tipo de ejercicios tenemos que saber despejar variables en una ecuación y saber hacer operaciones básicas de matemáticas.

### **Otra posible puesta en práctica**

Podría ser la construcción de una miniaturización de un objeto real en marquetería. Con esta actividad el alumnado tendría que hacer numerosas mediciones y también trabajaría con las escalas, ya que tendrían que pasar de una escala a tamaño real a un tamaño asequible para poder ser manejable y poder hacerlo en clase, sin que se pierdan las proporciones.

### **Otra actividad podría ser**

Al igual que se propuso en la asignatura de “Dibujo Artístico y Visual” se podría hacer un tangram, en este caso como estamos en clase de tecnología se podría hacer de madera tal que así:



## 6. Conclusiones

Como vemos, son numerosas las contribuciones que podemos encontrar en materias como Física y Química, Matemáticas y Tecnología que se tratan con matemáticas puras, en las que se hallan las matemáticas en muchos de sus temas del currículo, a asignaturas como Lengua Castellana y Literatura o Ciencias Sociales, Geografía e Historia en las que se utilizan matemáticas aplicadas en las mismas y en las que el profesor se las tendrá que ingeniar para realizar ciertas actividades con el alumnado desarrollando así la competencia.

En la siguiente tabla podemos ver cómo se relacionan las distintas asignaturas estudiadas con las distintas áreas de las matemáticas, según mi punto de vista.

Área Matemática Asignaturas	Aritmética	Álgebra	Geometría	Cálculo	Estadística
Física y Química					
Biología y Geología					
C.Sociales, Geografía e Historia					
Educación Física					
Educación plástica y visual					
Informática					
Latín					
Lengua Castellana y Literatura					
Lengua Extranjera					
Matemáticas					
Música					
Tecnología					

Como se aprecia, todas las asignaturas las hemos relacionado con un área de matemáticas. No por esto, significa que estén relacionadas directamente con esa rama pero sí que se puede buscar una actividad en la que la pongas en juego. Un ejemplo de ello es el pequeño estudio estadístico que hemos hecho en Lengua Castellana y Literatura.

Respecto a las actividades realizadas en cada asignatura es necesario decir que en asignaturas como Física y Química, Biología y Geología solo he puesto ejercicios comunes que pueden encontrarse en los libros de texto. Mientras que en otras como puede ser Ciencias Sociales, Geografía e Historia o Lengua Castellana y Literatura me las he tenido que ingeniar para buscar una actividad donde apliquemos las matemáticas. Es por ello, que el desarrollo de la competencia matemática en estas asignaturas no es

estrictamente necesario pero queremos demostrar que se podría llevar a cabo.

También resultaría interesante hacer una tabla que nos muestre las asignaturas que ha tenido en cuenta el desarrollo de la competencia matemática según el REAL DECRETO 1631/2006.

Desarrollo C.M Asignaturas	SI	NO
Física y Química		
Biología y Geología		
C.Sociales, Geografía e Historia		
Educación Física		
Educación plástica y visual		
Informática		
Latín		
Lengua Castellana y Literatura		
Lengua Extranjera		
Matemáticas		
Música		
Tecnología		

Como se puede ver hay cinco asignaturas en las que el REAL DECRETO 1631/2006 no nos proporciona nada para el desarrollo de la competencia. En cambio, en este trabajo sí se ha intentado desarrollarla buscando actividades afines a estas.

Lo que se pretende con el desarrollo de la competencia matemática es que los alumnos en un futuro estén alfabetizados matemáticamente. Tener una buena base de matemáticas es imprescindible para desenvolvernó en este mundo sumergido en las nuevas tecnologías.

Es muy importante que a los alumnos les quede bien claro el uso de las matemáticas en los diferentes ambientes de la vida y su contribución en las diferentes asignaturas en la que se refuerza esto.

## Referencias

**Enseñanzas Mínimas de Educación Secundaria Obligatoria:**

<http://www.boe.es/boe/dias/2007/01/05/pdfs/A00677-00773.pdf>

**Ley Orgánica de Educación:**

<http://www.boe.es/boe/dias/2006/05/04/pdfs/A17158-17207.pdf>

**Competencias Básicas:**

<http://www.mecd.gob.es/educacion-mecd/areas-educacion/sistema-educativo/ensenanzas/educacion-secundaria-obligatoria/contenidos.html>

**Física y Química:**

[http://www.csi-csif.es/andalucia/modules/mod\\_ense/revista/pdf/Numero\\_40/JAVIER\\_RUIZ\\_2.pdf](http://www.csi-csif.es/andalucia/modules/mod_ense/revista/pdf/Numero_40/JAVIER_RUIZ_2.pdf)

[http://recursostic.educacion.es/secundaria/edad/4esofisicaquimica/impresos/curso\\_completo.pdf](http://recursostic.educacion.es/secundaria/edad/4esofisicaquimica/impresos/curso_completo.pdf)

**Educación Física:**

<http://www.efdeportes.com/efd129/el-desarrollo-de-la-competencia-matematica-a-tr.htm>

**Educación Plástica y Visual:**

<http://epv1lola.blogspot.com.es/2013/01/el-tangram.html>

**Latín:**

<http://almacendeclassicas.blogspot.com.es/2009/09/programacion-didactica-para-latin-en-4.html>

<http://gaussianos.com/operar-con-numeros-romanos/>

**Matemáticas:**

<http://cmapspublic3.ihmc.us/rid=1GXCLHJL5-10Q9VTP-ND/comptencia%20matematica.cmap>

**Música:**

[https://www.uam.es/personal\\_pdi/ciencias/barcelo/historia/Musica%20y%20Matematicas.pdf](https://www.uam.es/personal_pdi/ciencias/barcelo/historia/Musica%20y%20Matematicas.pdf)